Corrections Feuille 3 (Nombres entiers)

Jeu 2 La seule difficulté consistait à "bien représenter" la solution.
Une autre difficulté dans ce genre d'exercices (non demandé ici) consiste à trouver le nombre de manipulations minimal.

Une solution avec 4 manipulations

[10] [ ] [ ] (10l 5l 3l) $\xrightarrow{\text{étape 1}}$ (On remplit le 3l avec le 10l) [7] [ ] [3] $\xrightarrow{\text{étape 2}}$ (On transvase le 3l dans le 5l) [7] [3] [ ]

$\xrightarrow{\text{étape 3}}$ (On remplit le 3l avec le 10l) [4] [3] [3] $\xrightarrow{\text{étape 4}}$ (On remplit le 5l avec le 3l) [4] [5] [1]

reste exactement <u>1l</u> dans le 3l

Jeu 3 Imaginez que vous écrivez les nombres entiers 1 2 3 4 5 --- à la file sur votre écran d'ordinateur. Quel est le 2009ème chiffre que vous tapez ? Il suffit de compter soigneusement

1 2 3 9	10 11 12 ------ 99	100 101 102 ------ 699	700 701 ---- 999
9 nombres à <u>1 chiffre</u> → 9 chiff	99−10+1 = 90 nombres à <u>2 chiffres</u> → 180 chiff.	699 − 100 + 1 = 600 nbs à <u>3 chiffres</u> → 1800 chiff	999−100+1 = 900 nbs à <u>3 chiffres</u> → 2700 chiffres
sous-total : 9	sous-total : 189	ss-tot : 1989	ss-tot : 2889. (trop loin)

On termine à la main : 69**9** 700 701 702 70**3** 704 705 7**0**6 707 708 709

1989 ème — 2000 ème — <u>2009 ème</u> : 0

Jeu 4

$$\begin{array}{r} \mathbf{32}5 \\ \times\ 1\mathbf{4}7 \\ \hline 2\mathbf{27}5 \\ 1300 \\ +\ \mathbf{325} \\ \hline 4\mathbf{7}77\mathbf{5} \end{array}$$

Rien à rédiger de particulier

Pensez aux retenues qui peuvent apparaître

N'oubliez pas de <u>vérifier</u> votre résultat à la fin.

Jeu 5 Soit N le nombre de soldats au total.

"Traduction" des données du problème : $\begin{cases} N-2 \text{ est un multiple de } 3 \text{ (}N-2\text{ soldats au départ)} \\ N-1 \text{ est un multiple de } 5 \\ N \text{ est un multiple de } 7 \end{cases}$

Une méthode "à la main" : écrire les nombres de 1 à 100 et entourer les multiples de 7. Barrer ceux qui ne sont pas précédés par un multiple de 5. Supprimer les restants qui n'ont pas un multiple de 3 à 2 rangées devant : restent alors les solutions

1 2 3 4 5 6 ~~7~~ 9
10 12 13 ~~14~~ 19 ← non multiple de 3
20 ~~21~~ 26 27 ~~28~~
30 33 34 ~~35~~
40 41 ~~42~~ 47 48 ~~49~~
50 54 55 56 ← 54 est multiple de 3
60 61 62 ~~63~~ 68 69
~~70~~ 75 76 ~~77~~
80 82 83 ~~84~~ 89
90 91 96 97 ~~98~~
100

Seule possibilité **56 soldats**

Ne pas oublier de vérifier le résultat

$$\begin{cases} 56-2 = 54 & : 3 \text{ rangées de } 18 \\ 56-1 = 55 & : 5 \text{ rangées de } 11 \\ 56 & : 7 \text{ rangées de } 8 \end{cases}$$

Jeu 6 • PEL à n chiffres : PEL(n) $\underbrace{c_1, c_2, c_3, c_4, \ldots, c_n}_{n \text{ chiffres}}$ $c_1 \times c_2 \times c_3 \times \cdots \times c_n = n$ ("produit = longueur")

- PEL(3) : $3 = 1 \times 1 \times 3$ (seule décomposition en produit de 3 chiffres possible)
  d'où 3 possibilités 1,1,3 1,3,1 3,1,1

- PEL(12) : $12 = 2 \times 2 \times 3$ décomposition en produits de nombres premiers
  $= 2 \times 6$
  $= 4 \times 3$ } autres décompositions possibles en produit de chiffres différents de 1

  exemples de PEL(12) $2\,1 \underbrace{\text{—}}_{4 \text{ "1"}} 1\,6\,1 \underbrace{\text{—}}_{6 \text{ "1"}} 1$ $1\,3\,4\,1 \underbrace{\text{———}}_{9 \text{ "1"}} 1$ (il y en a beaucoup)

  Plus petit PEL : mettre le maximum de "1" en commençant par la gauche.
  Le premier chiffre après les "1" doit être le plus petit possible

  Plus petit PEL(12) : $\overbrace{1 \text{———} 1}^{10 \text{ "1"}}\,2\,6$

- PEL(126) : 126 se décompose en produits de chiffres : $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 6 \times 3 \times 7 = 2 \times 9 \times 7$

  Plus petit PEL(126) : $\overbrace{1, \longleftrightarrow 1}^{123 \text{ "1"}}, 2, 7, 9$

- PEL(846) : décomposition en produit de nombres premiers : $846 = 2 \times 3 \times 3 \times 47$
  il n'existe pas de décomposition de 846 en produit de chiffres
  donc il n'existe pas de PEL(846).

UEL "Récréations Maths" Corrections feuille 4

Jeu 7 Les décompositions de 14 en somme de 3 nombres sont les suivantes :

14 =	produit des âges	
1 + 1 + 12	12	
1 + 2 + 11	22	
1 + 3 + 10	30	
1 + 4 + 9	36	
1 + 5 + 8	40	égaux
1 + 6 + 7	42	
2 + 2 + 10	40	
2 + 3 + 9	54	
2 + 4 + 8	64	
2 + 5 + 7	70	
2 + 6 + 6	72	égaux
3 + 3 + 8	72	
3 + 4 + 7	84	
3 + 5 + 6	90	
4 + 4 + 6	96	
4 + 5 + 5	100	

Bernard voit le numéro du bureau d'Albert et pourtant il ne peut pas déterminer les âges. Cela signifie que le produit des âges donne lieu à plusieurs décompositions distinctes.
Le produit des âges est donc
- ou 40 provenant de 1+5+8 ou 2+2+10
- ou 72 provenant de 2+6+6 ou 3+3+8

La phrase "le plus jeune a les yeux marrons et l'aîné fait de la natation" semble ne rien apporter ... pourtant elle est fondamentale : on en déduit qu'il n'y a pas de jumeaux.

Parmi les 4 sommes possibles, on ne peut qu'en retenir une seule :

1 + 5 + 8 : l'aîné a 8 ans, le cadet 5 ans et le benjamin 1 an